

## Il calcolo dell'ambiguità

La ricerca degli interi si articola generalmente in più fasi, il cui sviluppo è descritto nella seguente nota.

1) calcolo di una soluzione iniziale approssimata a partire dalla misura *pseudorange* di codice (1), e dalla misura di fase (2):

$$R_{1,2} = \rho + \delta R = \rho + c \frac{k}{f_{1,2}} + c(\varepsilon_0 + \varepsilon_T) \quad (1)$$

Gli indici indicano le due frequenze (C/A, P) ed il termine  $\delta R$  l'insieme di vari *bias* tra i quali quello ionosferico:  $k/f_{1,2}^2$  dipendente dalla frequenza  $f$ , quello troposferico  $\varepsilon_T$ , di orologio  $\varepsilon_0$  mentre il *range*  $\rho$  è la parte geometrica del posizionamento, in quanto contiene le posizioni del satellite  $j$  e del ricevitore  $i$ :

$$\rho = \sqrt{(X^j - X_i)^2 + (Y^j - Y_i)^2 + (Z^j - Z_i)^2}$$

Per le misure di fase, le equazioni sono simili: compaiono in più le ambiguità di fase incognite  $N$  e il ritardo ionosferico  $k$  con opposto segno.

$$\varphi_{1,2} = \frac{\rho}{\lambda_{1,2}} + N_{1,2} - \frac{k}{f_{1,2}} + f_{1,2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_T) \quad (2)$$

Trascurando i *bias*, noto il *range*  $R$  dalla (1), si può ricavare in maniera approssimata dalla (2) un primo valore dell'ambiguità di fase:

$$\tilde{N}_{1,2} = \varphi_{1,2} + \frac{R}{\lambda_{1,2}} \quad (3)$$

Tale valore approssimato fornisce un primo insieme di valori di partenza delle ambiguità, la precisione associata determina un volume di ricerca di altre combinazioni d'interi ammissibili nell'intorno della posizione incognita dell'antenna. Il volume di ricerca è tanto più ampio quanto scarsa è la precisione. Le combinazioni sono tanto maggiori quanto più alto è il numero di lunghezze d'onda contenuto nel volume e quanto più numerosi sono i satelliti in vista.

2) riduzione del numero di ambiguità candidate al posizionamento. La prima riduzione dei tempi di calcolo sfrutta, in diversi approcci di calcolo [3], [8], l'espressione dell'ambiguità *wide lane* ricavata da una combinazione di fasi, che consente di costruire una frequenza "sintetica" di lunghezza d'onda  $L_w \sim 86\text{cm}$ . Se  $m$  è il numero di satelliti presenti, il numero di combinazioni si abbatta di un fattore  $(L_w/L_1)^{m-1}$  a parità di volume. Sottraendo le equazioni del codice (1) a quelle della fase (2) nella combinazione:

$$\varphi_1 - \varphi_2 - C_1 + C_2 = N_1 - N_2 + 2k \left( \frac{f_1 - f_2}{f_1 f_2} \right) \quad (4)$$

$$\varphi_w - C_1 + C_2 = N_w + 2k \left( \frac{f_1 - f_2}{f_1 f_2} \right)$$

si eliminano gli errori troposferici e di orologio. Il termine  $L_w = (L_1 - L_2)$  è la fase *wide lane* e  $N_w$  è la rispettiva ambiguità. Dalle due equazioni del codice si può ricavare il valore  $k$  del ritardo ionosferico:

$$\frac{C_1}{f_1} - \frac{C_2}{f_2} = k \left( \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) \quad \text{da cui} \quad -k = \frac{f_1 f_2 (f_2 C_1 - f_1 C_2)}{(f_1 + f_2)(f_1 - f_2)} \quad (5)$$

che introdotto nella (4), con alcuni passaggi, porta al valore dell'ambiguità  $N_w$  (6) dipendente da fasi e codici noti e ricavabile in teoria ad ogni epoca.

$$N_w = \varphi_1 - \varphi_2 - (C_1 + C_2) \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \quad (6)$$

Questa combinazione ha il vantaggio di non contenere i *bias* ionosferici e troposferici, eliminati dalla presenza di codice e fase. Si noti che in questa quantità (*geometry free*) non compare il *range* stazione - satellite.

Purtroppo la caratteristica negativa della (6) è di essere circa cinque volte più rumorosa della soluzione con  $L_{1,2}$  e di contenere nascosti i termini di *multipath* delle fasi e soprattutto dei codici. Questo *bias*, può arrivare anche a tre o quattro volte il valore della lunghezza d'onda *wide lane*  $L_w$ . Esso cambia tuttavia di segno nel tempo e, tenendo conto opportunamente dei dati di diverse epoche per mezzo del filtro di Kalman, può in parte essere ridotto.

Si può dimostrare [7] che, ricavata l'ambiguità *wide lane*, è possibile risalire all'ambiguità delle due portanti  $L_1$  e  $L_2$ . Per  $N_1$  ad esempio:

$$N_w = \varphi_1 - \varphi_2 - (C_1 + C_2) \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \quad (7)$$

dove  $k$  è l'errore ionosferico ricavabile dalla (5). Il raggiungimento della combinazione "ideale" per la quale si può dire di aver trovato l'insieme di interi, si basa su test statistici: per questo motivo è necessario poter disporre di osservazioni ridondanti e dunque una numerosità non inferiore a 5 satelliti.

Indipendentemente dalla combinazione utilizzata, può essere necessaria una ulteriore tecnica di riduzione del numero di ambiguità candidate. Allison [3] propone un processo denominato "*pruning*" (potatura, sfoltimento) (fig.3). Questa tecnica, come altre implementate nei numerosi software disponibili sul mercato, è essenziale per ridurre i tempi di calcolo e assume particolare importanza soprattutto nelle tecniche cinematiche in tempo reale (RTK) basate sulla misura di fase.

Nel *pruning*, il numero di combinazioni possibili può essere descritto da un albero che ha rami sempre più piccoli e numerosi, della stessa sotto-numerosità per ogni livello. Il numero di rami,  $R$  per ogni livello, rappresenta l'intervallo

di ricerca delle ambiguità, ad esempio  $R[\pm 1]=3$ . Il numero di livello: secondo, terzo, quarto ecc. rappresenta invece la presenza di due, tre, quattro o più satelliti.

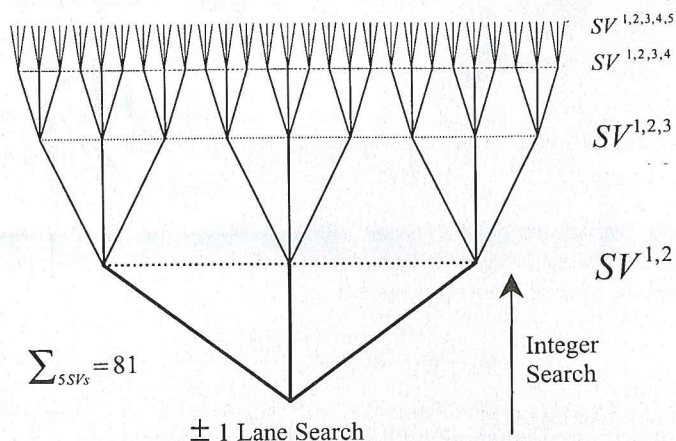
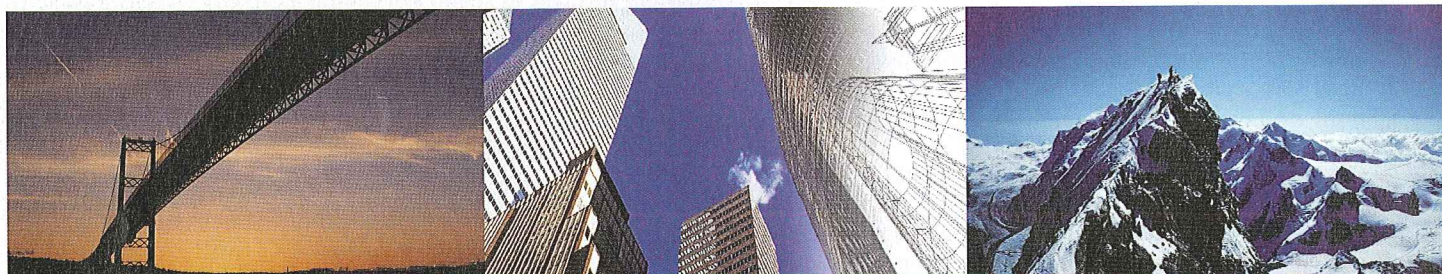


Fig. 3 - Albero di ricerca

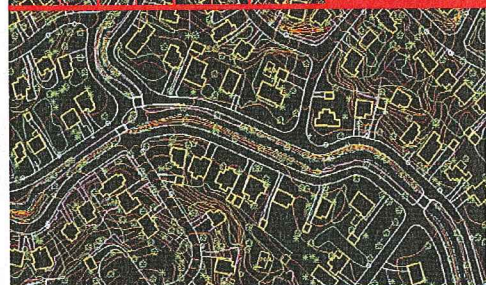
All'inizio del processo non si possono usare meno di cinque satelliti (quattro doppie differenze), in quanto occorre calcolare anche la precisione della posizione e il volume di ricerca. In tal caso i rami più piccoli, cioè le combinazioni da testare, sono in numero di  $R^{(n^{\circ}\text{sat}-1)} = 3^4 = 81$ . Volendo esaminare via via satelliti aggiuntivi, il numero di combinazioni non aumenta eccessivamente ed anzi è molto ridotto se si risolvono dapprima le quattro ambiguità differenziali.

La posizione geometrica e la contemporanea ricerca delle ambiguità sono eseguite con l'uso del filtro di Kalman, nel quale entrano con le loro precisioni le misure di fase e di codice. All'inizio la posizione sarà "ad ambiguità reali", poi, seguendo i criteri di sfoltimento visti, le ambiguità di fase sono man mano risolte e sono in pratica rimosse dal vettore di stato, ottenendo infine una soluzione "fixed".

3) calcolo geometrico della posizione e della precisione e confronto (ratio) delle due migliori soluzioni nel caso vi siano ancora almeno due insiemi di ambiguità possibili.



**Con Leica GPS il Mapping GIS più facile che aspettavi...**



Noi della Leica utilizziamo le più moderne tecnologie con lo scopo di creare la topografia del futuro e di posizionare i nostri clienti una spanna avanti qualsiasi avversario; questo è quello che abbiamo fatto e che tuttora facciamo sin dal 1819. Possiamo considerarci già moderni rispetto al tempo in cui viviamo. Con l'ausilio di lasers, GPS, software e tecnologie Internet nonché con la presenza delle nostre stazioni totali, dei livelli e dei sistemi GPS, vi offriamo delle soluzioni uniche unite ad innumerevoli modalità di personalizzazione. Già oggi con l'introduzione della nostra rivoluzionaria tecnologia **CYRA** per i laser scanner 3D, sarete in grado di acquisire coordinate a tre dimensioni di migliaia di punti in pochi secondi, di produrre un modello in maniera istantanea e di visualizzarlo tridimensionalmente; sarete in grado di misurare qualsiasi punto con l'accuratezza di un ventesimo di millimetro e di tracciarlo in maniera precisa attraverso il nostro **LTD500** 3D Laser Tracker. Potrete tagliare di netto i tempi di costruzione e velocizzare lo sviluppo in loco utilizzando i geosistemi automatizzati della Leica e il posizionamento con allineamenti laser; poi, attraverso **ArcSurvey**, il nostro software di recente sviluppo che combina la topografia con il GIS,

attraverso **GeoMoS** e sfruttando i nostri partners strategici **AED Graphics, ESRI, LH Systems, NovaLIS e IBM** potrete constatare come si siano ampliate le nostre prospettive per quel che riguarda il mondo del GIS e del monitoraggio topografico. Quello che era il dato di fatto del secolo ormai trascorso sembra riaffiorare tuttora: solo i sistemi **Leica Geosystems** sono in grado di offrire ai topografi una tale vastità di soluzioni e di tecnologie. Per una rapida escursione all'interno di quello che sarà il futuro delle tecnologie topografiche e di tutte le innovazioni nel campo della gestione dei dati spaziali, basta visitare la nostra home-page e chiedere ulteriori informazioni al riguardo.

**Il network delle soluzioni  
Mapping GIS e Catasto**

