

# La Teoria della Relatività ed il sistema di navigazione satellitare europeo Galileo

di Marco Lisi

Ricorrono in questo anno 2015 i centodieci anni dalla pubblicazione della teoria della Relatività Ristretta ed i cento anni da quella della teoria della Relatività Generale di Einstein.

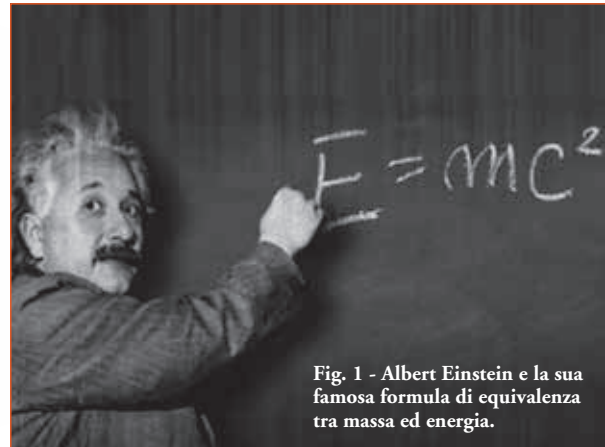


Fig. 1 - Albert Einstein e la sua famosa formula di equivalenza tra massa ed energia.

Un famoso mensile di informatica e tecnologia ha giustamente titolato: “Cento anni di relatività generale (e non sentirli)”.

Sì perché sebbene, almeno di nome, le due teorie siano note a tutti (insieme ad alcune formule, come  $E=mc^2$ ), assai poco digeriti sono i loro contenuti e poco percepiti i loro effetti nella nostra vita di tutti i giorni.

D'altra parte, abbiamo appena finito di digerire, dopo quasi quattrocento anni, la prima grande rivoluzione scientifica, quella di Copernico, Keplero, Galileo e Newton e quindi a soli cento anni dalla Teoria della Relatività siamo ancora all'antipasto.

Eppure quelle di Einstein non sono astratte teorie, degne dell'attenzione di pochi scienziati ed addetti ai lavori. Come vedremo, le loro ricadute nella vita pratica sono magari poco note, ma molto tangibili.

## Un minimo di storia e di teoria

La teoria della relatività ristretta, anche detta “speciale”, fu pubblicata da Einstein nel 1905 proprio per conciliare il principio di relatività galileiano con le equazioni delle onde elettromagnetiche, o di Maxwell, che ci sono particolarmente care essendo la base delle trasmissioni radio. Nel concepire la relatività ristretta, Einstein immaginò un esperimento puramente concettuale, nel quale egli viaggiava nello spazio cavalcando un raggio di luce. Le conseguenze della teoria sono semplici, ma alquanto sconvolgenti:

1. la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o dalla velocità della sorgente di luce (in parole semplici, la velocità della luce è una costante ed è invalicabile);

2. massa ed energia possono trasformarsi l'una nell'altra, secondo la famosa legge  $E = mc^2$  che trovò la sua conferma nella realizzazione della prima pila atomica da parte di Fermi (e, purtroppo, nella realizzazione della bomba atomica e della bomba H). L'equivalenza massa-energia ci ha anche permesso di capire le reazioni che alimentano il nostro Sole e tutte le stelle;
3. il nostro universo è uno spazio a quattro dimensioni, la quarta essendo il tempo, il quale dipende dal sistema di riferimento ed in particolare rallenta all'aumentare della velocità.

Molto noto, anche per alcune recenti interpretazioni cinematografiche (il film di fantascienza “Interstellar”), è il cosiddetto “paradosso dei gemelli” (fig. 2). Di due gemelli, uno parte a bordo di un astronave che viaggia a

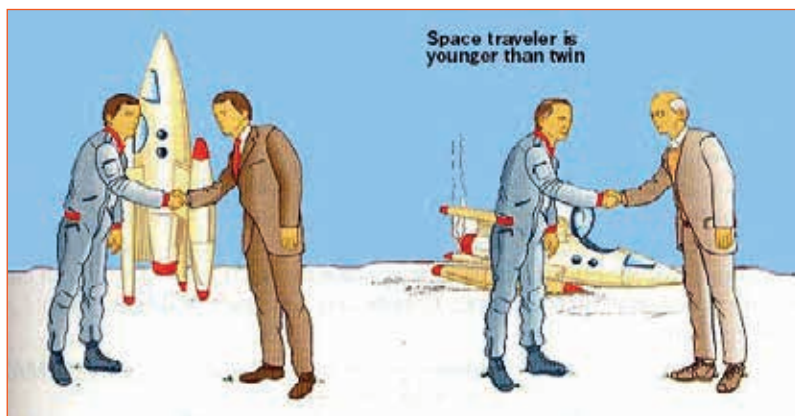


Fig. 2 - Il paradosso dei gemelli.

velocità prossime a quella della luce e rimane per molto tempo nello spazio, l'altro rimane sulla Terra. Al ritorno del primo dal suo viaggio spaziale, ritroverà il gemello molto invecchiato perché il tempo, a bordo dell'astronave, è trascorso più lentamente che a Terra.

Anche per la relatività generale, pubblicata dieci anni dopo, nel 1915, Einstein immaginò un esperimento ideale: cadere dal tetto di un alto edificio.

Le conseguenze della teoria sono innumerevoli e necessiterebbero di una matematica complicatissima per essere dimostrate. Si possono tuttavia riassumere in un concetto abbastanza semplice: la gravità (quella che ci tiene con i piedi per terra e che fa ruotare i pianeti intorno al Sole) non è altro che una deformazione dello "spazio-tempo" causata dalla massa (o dall'energia, visto che le due sono equivalenti).

Per spiegare il meccanismo, i fisici si aiutano spesso con la metafora del foglio di gomma (fig. 3). Lo spazio-tempo si può immaginare, per l'appunto, come una superficie morbida che viene

curvata dalle masse che vi sono appoggiate. La forza di gravità che avvertiamo, per esempio, sulla superficie della Terra è il risultato della curvatura del foglio di gomma quadridimensionale causata dalla massa della Terra stessa. Un'analogia deformazione, causata questa volta dal Sole, spiega la forza esercitata da questo sui pianeti e la rotazione di essi intorno al Sole.

### Prove sperimentali delle due teorie della relatività

Negli ultimi cento e passa anni, gli scienziati di tutto il mondo si sono affannati per dimostrare con i loro esperimenti le due teorie della relatività di Einstein, con le loro implicazioni e conseguenze. Pochi tuttavia forse sanno che una delle più complete dimostrazioni delle due teorie deriva proprio da quei sistemi satellitari globali per la navigazione ("Global Navigation Satellite Systems", GNSS), quali l'americano GPS o l'europeo Galileo, che vengono ormai utilizzati in tutte le nostre autovetture, ma anche nella gran parte dei nostri telefoni cellulari ("smartphone").

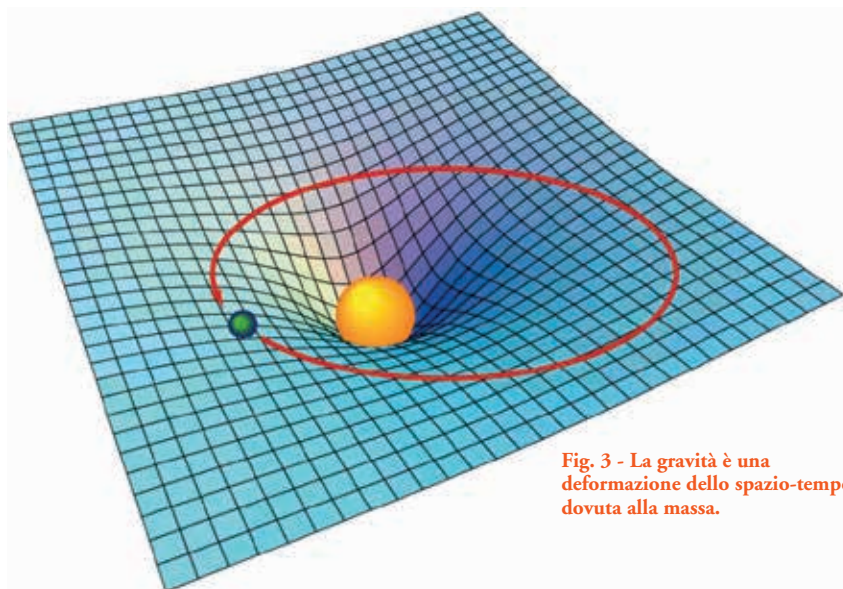


Fig. 3 - La gravità è una deformazione dello spazio-tempo dovuta alla massa.

Volendo essere sintetici e radicali, potremmo affermare che, senza la conoscenza delle due teorie della relatività (speciale e generale) di Einstein, i navigatori satellitari non potrebbero funzionare. Cerchiamo di capire perché. Ricordiamo innanzi tutto che il principio di funzionamento dei GNSS consiste nella misura molto accurata (accurata nell'ordine dei nanosecondi, cioè dei milionesimi di secondo) del ritardo temporale fra la trasmissione di un segnale radio da un satellite e la sua ricezione da parte del ricevitore dell'utente. Da questa misura si ricava la distanza fra il satellite stesso (di cui posizione ed orbita sono ben note) e l'utente. Essendo la velocità delle onde radio nel vuoto pari a 300'000 chilometri al secondo, un errore pari ad un nanosecondo corrisponde a 0,3 metri (30 centimetri) nella determinazione della distanza (e quindi della posizione).

Questo è il motivo per il quale si utilizzano a bordo dei satelliti per la navigazione orologi atomici estremamente stabili. A bordo dei satelliti Galileo, ad esempio, si sta facendo volare il "Passive Hydrogen Maser" (PHM), che, con una stabilità di frequenza equivalente ad uno scarto di 1 secondo ogni 3 milioni di anni, è il più stabile orologio mai realizzato per applicazioni spaziali (fig. 4).

Gli effetti relativistici sul funzionamento delle costellazioni di satelliti per la navigazione sono molteplici, anche se non tutti della stessa entità.

Ci limiteremo ad analizzarne due, derivanti rispettivamente dalla teoria ristretta e da quella generale:

- ▶ Relatività Ristretta: i satelliti si muovono rispetto al ricevitore, e il loro orologio va più piano;
- ▶ Relatività Generale: i campi gravitazionali cambiano sia la velocità degli orologi, sia la propagazione dei segnali radio.

I satelliti GNSS ruotano intorno alla Terra su orbite circolari ad un'altezza di circa 20000 chilometri. A questa quota, la loro velocità di rotazione rispetto al suolo è di circa 3,8 km/s.

Dalle trasformate di Lorentz (quelle che discendono dalla teoria della relatività ristretta) si ricava la contrazione del tempo che l'orologio a bordo subisce rispetto ad un orologio a terra, pari a 7,1 microsecondi al giorno.

Questo significa che dopo un giorno l'errore in termini di determinazione della distanza diventa pari a 2,2 chilometri (7,1 microsecondi per la velocità della luce).

Ricordiamoci che l'obiettivo di sistemi come GPS o Galileo è quello di fornire un'accuratezza sulla posizione di pochi metri. L'effetto della teoria della relatività generale è ancora più drammatico. In questo caso l'effetto dipende dall'intensità dell'attrazione gravitazionale ed è di segno opposto.

La forza di gravità modifica lo spazio-tempo rallentando gli orologi. Quindi gli orologi in volo a 20'000 chilometri di altezza, sperimentando un'attrazione gravitazionale più bassa, marciano più velocemente di quelli a terra.

La deviazione è pari a 47,5 microsecondi al giorno, pari a circa 14 chilometri di errore sulla distanza, che vengono solo in parte compensati dai 7,1 microsecondi precedentemente considerati. In conclusione, la combinazione di questi due effetti relativistici

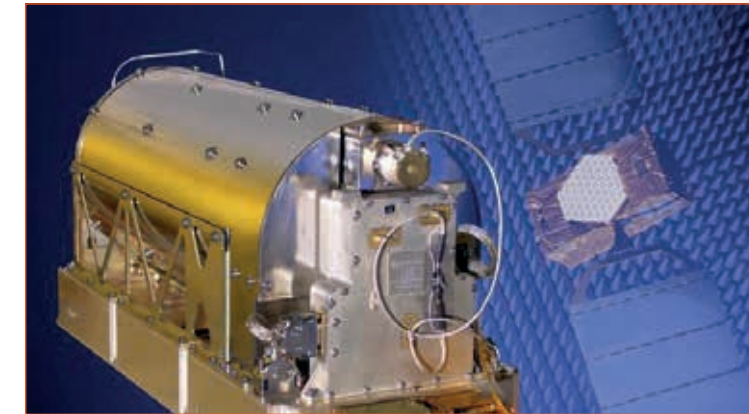


Fig. 4 - Il "Passive Hydrogen Maser" della Selex Galileo (Finmeccanica).

implica che gli orologi (i sofisticati e costosi orologi atomici) a bordo dei satelliti GPS marciano più velocemente di orologi identici a terra di circa 38 microsecondi ( $45-7=38$ )!

Poca cosa, potreste pensare, ma l'altissima precisione richiesta dal sistema è basata su un'accuratezza nell'ordine dei nanosecondi, e 38 microsecondi sono ben 38'000 nanosecondi.

Per essere ancora più espliciti se gli effetti delle teorie di Einstein, apparentemente astruse e poco utili in pratica, non fossero tenuti in conto, ci ritroveremmo a guidare le nostre auto al centro di Roma o Milano con un'incertezza sulla nostra posizione di qualche decina di chilometri. Non molto utile, davvero!

### L'importanza dei riferimenti di tempo nella nostra società

La determinazione e la misurazione accurata del tempo sono alla base della nostra civiltà tecnologica. I maggiori progressi in questo campo si sono avuti nel secolo scorso, con l'invenzione dell'oscillatore a cristallo di quarzo nel 1920 e dei primi orologi atomici negli anni '40. Oggigiorno la misura del tempo è di gran lunga la più accurata fra le misure delle altre grandezze fisiche fondamentali. La stessa unità di misura delle lunghezze, una volta basata sul mitico metro campione di Platino-Iridio conservato a Parigi, è stata

internazionalmente ridefinita nel 1983 come "la lunghezza di percorso coperta dalla luce nel vuoto durante un intervallo di tempo pari ad  $1/299792458$  di secondo".

Il secondo (simbolo s) è l'unità di misura ufficiale del tempo nel Sistema Internazionale di Unità (SI). Il suo nome deriva semplicemente dall'essere la seconda divisione dell'ora, mentre il minuto ne è la prima. Il secondo era originariamente definito come la 86400-esima parte del giorno solare medio, cioè della media sulla base di un anno del giorno solare, inteso come intervallo di tempo che intercorre tra due successivi passaggi del Sole sullo stesso meridiano.

Nel 1884 fu ufficialmente stabilito come standard di tempo a livello internazionale il Greenwich Mean Time (GMT), definito come il tempo solare medio al meridiano che passa per l'Osservatorio Reale di Greenwich (Inghilterra).

Nel 1967 è stata proposta una nuova definizione del secondo, basato sul moto di precessione dell'isotopo 133 del cesio. Il secondo è ora definito come l'intervallo di tempo pari a 9192631770 cicli della vibrazione dell'atomo di cesio 133. Questa definizione permette agli scienziati ovunque nel mondo di ricostruire la durata del secondo con uguale precisione e su di essa è basato il concetto di Tempo Atomico Internazionale o TAI.

Il tempo UTC (“Universal Coordinated Time”), definito dallo storico Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) di Sevres (Parigi), è dal 1972 la base legale della misura del tempo a livello mondiale, sostituendo in modo definitivo il vecchio GMT. Esso viene derivato dal TAI, dal quale differisce solamente per un numero intero di secondi (al momento 36). Il TAI è a sua volta calcolato dal BIPM a partire dai dati di più di 200 orologi atomici situati negli istituti di metrologia di più di 30 paesi (uno di essi, in Italia, è il prestigioso Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris di Torino). Un riferimento del tempo UTC estremamente accurato è oggi giorno fornito su scala mondiale dai sistemi di navigazione satellitare (GNSS), come il GPS (Global Positioning System) e, presto, il sistema europeo Galileo. Entrambi sono sistemi di satelliti orbitanti intorno alla Terra, ciascuno recante a bordo degli orologi atomici tra loro sincronizzati.

E' possibile ricavare dal segnale GPS, attraverso una serie di correzioni basate su dati forniti dal segnale stesso, il tempo UTC, secondo la stima effettuata dallo United States Naval Observatory (USNO). L'accuratezza ottenibile, anche con ricevitori commerciali molto economici (alcuni ricevitori GPS sono ormai venduti per meno di venti euro), è di circa un microsecondo. Il sistema GPS viene anche usato per comparare i vari orologi atomici che, come già detto, costituiscono il sistema mondiale di riferimento del tempo. I laboratori campione che si trovano nella stessa area geografica misurano la differenza temporale esistente fra se stessi ed un singolo satellite GPS nel medesimo istante. Tenendo conto dei ritardi del

segnale dovuti alla propagazione nello spazio, queste misure possono essere usate per calcolare la differenza temporale fra i laboratori con un'accuratezza di circa +/- 3 nanosecondi.

Ma perché è tanto importante avere un'accurata ed univoca definizione del tempo?

Non è una questione solo per scienziati ed addetti ai lavori. Un riferimento di tempo universalmente riconosciuto e molto accurato è di fatto alla base della maggior parte delle infrastrutture della nostra società.

Tutte le reti cellulari e wireless, ad esempio, sono basate su un'accurata sincronizzazione dei loro network ottenuta ricevendo segnali GNSS. Lo stesso è vero per le reti di distribuzione dell'energia elettrica. Sorprendentemente, anche le transazioni finanziarie e bancarie e tutti i mercati azionari dipendono da un accurato riferimento di tempo, data l'estrema volatilità di azioni e valute, i cui prezzi variano ormai nel giro di pochi microsecondi.

### Un orologio atomico nel nostro smartphone: un sogno irraggiungibile?

Sarebbe bello, penserà qualcuno, avere nel nostro smartphone un orologio atomico che ci fornisca un preciso riferimento di tempo e frequenza.

Come precedentemente descritto, tutto questo è già abbastanza facilmente ottenibile attraverso la ricezione dei segnali GNSS. Ma c'è di più. Sono da poco tempo disponibili in commercio oscillatori atomici miniaturizzati, delle dimensioni di un circuito integrato.

Il circuito in figura 5 è grande quanto un francobollo ed è alimentato a 5 volt, fornendo un'onda quadra di riferimento a 10 MHz basata su un oscillatore atomico al rubidio.



Fig. 5 – Oscillatore atomico miniaturizzato.

La deviazione complessiva (parzialmente compensabile) nell'arco di una giornata è di alcuni microsecondi, ma su intervalli di tempo brevi l'accuratezza è di pochi nanosecondi.

Il prezzo del dispositivo è al momento ancora un po' alto (intorno ai duemila euro), ma è prevedibile che nel breve termine dispositivi simili, anche in forma di chip, si diffonderanno a prezzi tanto bassi da essere integrati in tutti i nostri telefoni cellulari. Le possibili applicazioni pratiche di questi orologi atomici miniaturizzati sono in parte immaginabili e molto interessanti, ma molte altre dipenderanno anche dalla nostra creatività ed immaginazione.

#### ABSTRACT

The Article concerns the theories of the Special Relativity and of the General Relativity developed by Albert Einstein in the last century and how they influence our society. The relations of these theories with global satellite navigation systems and, more generally, with all applications based on exact time references are explained.

#### PAROLE CHIAVE

GNSS; SISTEMA DI NAVIGAZIONE GALILEO; GPS; TEORIA DELLA RELATIVITÀ

#### AUTORE

DOTT. ING. MARCO LISI  
EUROPEAN SPACE AGENCY  
MARCO.LISI@ESA.INT