

CARTOGRAFIA E GRANDI INFRASTRUTTURE

di Alberto Cina

1ª parte

GLI ASPETTI CARTOGRAFICI

IL RUOLO DELLA CARTOGRAFIA NEL PROGETTO E NEL TRACCIAMENTO

Nel mondo moderno, dove è possibile rappresentare via computer ogni punto con le sue 3 coordinate, viene da chiedersi se abbia ancora senso una rappresentazione cartografica o se essa sia solo uno dei possibili modi di visualizzazione. Potendo agevolmente visualizzare, con l'aiuto del calcolatore, che è oggi l'interfaccia più comune, assonometrie o prospettive senza bisogno di rappresentazioni cartografiche, potremo pensare anche di passare direttamente, nel tracciamento, da «progetto» a «terreno». Nella realtà progettuale di un'infrastruttura (ferrovia strada o altro) non bisogna però mai perdere di vista il lavoro che il mezzo (treno, automobile o altro) compie e le accelerazioni che subisce (ad esempio in curva).

Il tracciamento di grandi infrastrutture implica sempre una preliminare definizione dei sistemi di riferimento nei quali eseguire le operazioni di misura. Lo stesso sistema di riferimento deve essere compatibile con quello utilizzato in progettazione o devono essere note le relazioni analitiche fra questi. Si affrontano i problemi topografici legati al tracciamento, con particolare riferimento alle tecniche e ai problemi che si possono presentare utilizzando la cartografia ufficiale. La buona riuscita di un'infrastruttura dipende sia dalla capacità del progettista che da come essa viene trasportata dal «mondo di progetto» al «mondo reale»: complessi tracciati, lunghe ed articolate gallerie, si possono oggi realizzare con elevata precisione grazie ai moderni mezzi di misura topografica. Il problema del tracciamento di una infrastruttura non è comunque solo di tipo strumentale o legato alla bravura «sul terreno» del topografo, che in questa sede si da per scontato conosca tutte le tecniche del buon operare, ma anche ad una preliminare definizione dei sistemi di riferimento. Anche questi devono essere ottimizzati per mettere d'accordo il mondo della progettazione con quello reale del tracciamento sul terreno oltre che per «semplificare» le operazioni di campagna evitando, per quanto possibile, riduzioni delle grandezze topografiche da eseguirsi sul terreno.

Per tali fini è naturale disgiungere gli aspetti gravimetrici (verticali) da quelli del moto orizzontale. Il progettista ha dunque bisogno di una rappresentazione che disgiunga tali realtà e metta in luce le forze che intervengono nel moto. L'ideale per ciò sarebbe una superficie equipotenziale che passasse per un punto a quota media dell'opera. La soluzione del problema è quella tradizionale: essendo complesso definire tale superficie equipotenziale, si usa per il progetto planimetrico l'ellissoide e per quello altimetrico il geoide. Gli errori planimetrici che si hanno utilizzando la prima sono trascurabili. La superficie dell'ellissoide non è tuttavia una superficie molto comoda in quanto non è nè piana nè sviluppabile su di un piano. La cartografia studia proprio le deformazioni connesse ad una rappresentazione piana dell'ellissoide per minimizzare via via quelle di maggior interesse. Se l'opera è vasta ci si deve scontrare con queste deformazioni, pur piccole. Di queste, la più comoda da rendere nulla, per il progettista e per il tracciante, è quella angolare (non si possono eliminare tutte!). Per questo motivo le carte più usate per navigazione e tracciamenti sono quelle conformi. Tra queste la principale è quella di Gauss. Sia per il progetto che per il tracciamento la superficie di riferimento è bene sia più prossima possibile all'andamento dell'opera. Si potrebbe pensare allora ad ellissoidi di semiasse variabile in funzione della quota del tracciato. Per la cartografia, l'utilizzo di un fuso origine orientato nella dimensione prevalente dell'opera e infine l'adozione di diversi fusi per la rappresentazione riducono le ineliminabili deformazioni. Se la progettazione avviene sul piano di Gauss, gli elementi lineari risultano inevitabilmente soggetti a deformazioni che di norma non possono essere trascurate nel tracciamento. Anche le direzioni angolari devono essere «ridotte» per poter sfruttare con precisione le caratteristiche di conformità della carta.

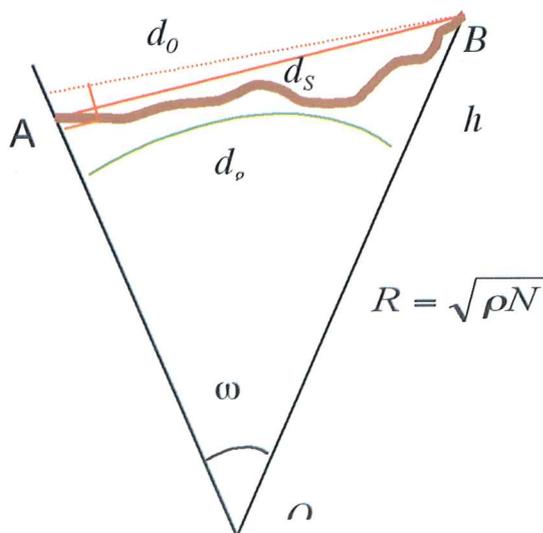


FIGURA 1 Riduzione alla superficie di riferimento

Le riduzioni lineari

Assumiamo che la superficie di riferimento planimetrica sia l'ellissoide. In un ambito geodetico (100 km) tale superficie può essere sostituita da quella di una sfera locale di raggio R, media geometrica dei raggi di curvatura delle sezioni normali principali di raggi ρ , N. Dalla distanza reale di occorre ricavare d_g sulla superficie di riferimento (fig. 8) applicando un fattore di riduzione uguale a m_Q :

$$d_g = m_Q d_0 = \left(1 - \frac{h}{R}\right) d_0$$

dove d_0 è la distanza d_s proiettata sulla normale ad OA ed h l'altezza di B sulla superficie di riferimento. Ad esempio, ad un'altezza $h=600m$, considerando il raggio della sfera locale approssimativamente pari a 6.000 km, il fattore di riduzione m_Q è pari a 10^{-4} ovvero 10 cm ogni km.

Una distanza d_g sull'ellissoide subisce poi una deformazione lineare per essere portata sul piano della cartografia (d_c): il modulo di deformazione lineare m_L , espresso in forma puntuale, è dato dalla relazione:

$$d_c = m_L d_g \quad m_L = 0.9996 \left(1 + \frac{x^2}{2\rho N 0.9996^2}\right)$$

con ρ , N raggi principali di curvatura dell'ellissoide e x ascissa dal meridiano centrale del fuso. Questa relazione è valida per distanze fino a circa 10 km.

In un fuso dell'ampiezza di $\pm 3^\circ$ il modulo di deformazione lineare è dunque una funzione parabolica compresa tra i valori 0.9996 (contrazione) al centro del fuso e 1.0004 (allungamento) alle estremità, ovvero al massimo ± 40 cm ogni km (fig. 10). L'entità del modulo di deformazione lineare e della riduzione alla superficie di riferimento non possono dunque essere trascurati nella progettazione dell'infrastruttura e nel tracciamento, dove sono spesso richieste precisioni centimetriche, raggiungibili senza difficoltà con distanziometri ad onde di precisione strumentale dell'ordine del 10^{-5} - 10^{-6} (1 cm, 1 mm ogni km). A titolo di esempio, un elemento lineare di progetto (raggio di curvatura o altro ancora) di lunghezza $L_p = 5.000$ m, posto al centro del fuso ($m_L = 0.9996$) ad un'altezza $h = 600$ m dalla superficie dei riferimenti, deve essere riportato sul terreno con una lunghezza L_t di tracciamento pari a:

$$L = \frac{5000m}{0.9996 \left(1 - \frac{h = 600m}{R = 6000km}\right)} = 5002.47$$

La lunghezza dell'elemento progettato sulla carta differisce dunque da quella di tracciamento sul terreno di entità non trascurabili. Le operazioni di riduzione, di per se applicabili anche in campagna durante il tracciamento, finiscono però per modificare i parametri concepiti dal progettista. Perché ciò non avvenga egli, nell'esempio citato, per tracciare un elemento lineare di lunghezza $L_t = 5000\text{m}$, deve tenere conto di una corrispondente lunghezza pari a $L_p = 4997.53$, sul piano della carta.

Questo modo di operare è valido e applicabile se entrambi i tecnici, progettista e topografo tracciante, sono ben concordi del problema. Spesso invece, per evitare possibili fraintendimenti o incomprensioni tra le due figure professionali e insoliti valori di grandezze di progetto (non intere), si ricorre ad una soluzione intermedia che cerchi di accordare il mondo della progettazione con quello del tracciamento, ricorrendo a sistemi di riferimento chiamati «isometrici» ovvero non deformati.

LE RIDUZIONI DEGLI ANGOLI E DEGLI AZIMUT GIROSCOPICI

La conformità della proiezione di Gauss garantisce l'equivalenza tra azimut di geodetiche sull'ellissoide e azimut tra le corrispondenti trasformate di geodetiche sulla carta, generalmente curve. Analogamente per gli angoli azimutali. Nella pratica è però più agevole determinare direzioni o angoli sulla carta con riferimento alle corde, invece che alle trasformate, commettendo un errore pari a ϵ per ogni direzione angolare (fig. 2). Questa riduzione angolare alla corda e risulta massima alle estremità del fuso cartografico. Alle nostre latitudini raggiunge comunque valori massimi contenuti entro 0.2 mgon per lati di 1 km e si può considerare praticamente trascurabile su ogni lato di una poligonale di tracciamento in galleria, dove dette distanze non vengono di norma superate.

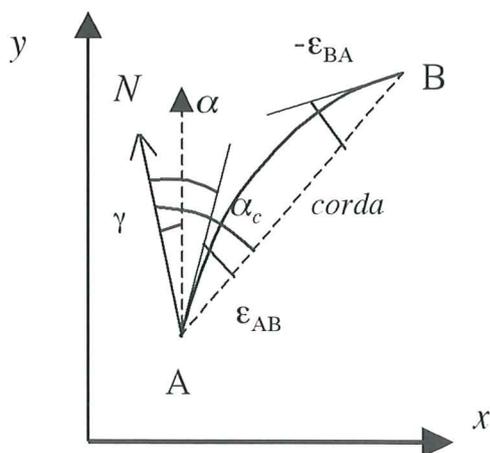


FIGURA 2 Riduzioni angolari

$$\epsilon[\text{mgon}] = \frac{(2x_A + x_B)(y_A - y_B)}{6\rho N 0.9996^2} 63662$$

$$\epsilon[\text{mgon}] = \frac{(2x_A + x_B)(y_A - y_B)}{6\rho N 0.9996^2} 63662$$

Se si utilizzano invece misure di azimut con giroscopio occorre ancora tenere conto della convergenza della trasformata del meridiano γ , calcolabile con la formula inserita in fig. 2, che consente un'approssimazione inferiore a 0.1 mgon. L'angolo di direzione della corda α_c viene trasformato in un azimut α sull'ellissoide secondo la:

$$\alpha = \alpha_c + \gamma - \epsilon$$

Al problema geometrico di riduzione degli azimut si aggiunge un problema di tipo fisico, legato alla deviazione della verticale. La deviazione della verticale n è l'angolo tra la verticale in un punto e la normale all'ellissoide di riferimento. Essa può essere espressa in funzione delle componenti $v(\eta, \xi)$, esprimibili con:

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi$$

componente parallela

$$\xi = \Phi - \varphi$$

componente meridiana

Le misure giroscopiche sono infatti equivalenti ad azimut astronomici e riferite dunque alla verticale, la cui direzione è individuata dalle coordinate astronomiche (Φ, Λ) . In un'approssimazione ellissoidica occorrerebbe invece considerare le direzioni angolari generate dalla normale alla superficie. Detto problema esiste anche nelle misure angolari a causa dell'orientamento dell'asse primario del teodolite secondo la verticale invece della normale all'ellissoide. Nel caso dell'ellissoide questa direzione è individuata dalle coordinate geografiche (φ, λ) . Un azimut α sull'ellissoide può essere trasformato in un azimut astronomico A riferito alla verticale attraverso l'equazione di Laplace (Carosio, 1995):

$$A = \alpha - \eta \tan \varphi + (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \operatorname{ctg} z$$

con z angolo zenitale. Nel caso di tracciamento in galleria, dove le visuali sono spesso quasi orizzontali ($\cot z \approx 0$), può essere trascurato il secondo termine semplificando l'equazione:

$$A = \alpha + \eta \tan \varphi$$

Nel caso specifico, la correzione diventa praticamente indipendente dall'azimut e alle latitudini del nord Italia di 45° ($\tan \varphi = 1$) diventa in pratica equivalente alla componente parallela η . È importante considerare questi effetti nelle misure di azimut con giroscopio specialmente in presenza di forti variazioni della deviazione della verticale legata all'effetto topografico delle masse.

Sotto le ipotesi fatte, detta correzione non influisce sulla misura di angoli in quanto costante in ogni direzione. Anche la variazione dell'azimut per il moto del polo (da polo attuale a polo convenzionale CIO (*Conventional Pole Origin*)), può essere considerata trascurabile per il tracciamento in quanto inferiore a 0.1 mgon.

I SISTEMI ISOMETRICI

Un sistema di riferimento è «isometrico» quando, a meno di tolleranze prestabilite nel progetto, realizza l'equivalenza tra grandezze lineari sul piano della rappresentazione cartografica e quelle sul terreno. Questi sistemi dovrebbero essere usati sia per il progetto che per il tracciamento onde evitare i problemi già esposti. L'esistenza di detti sistemi potrebbe apparire strana, alla luce di quanto detto precedentemente circa il problema delle deformazioni lineari e angolari, dal momento che è ben noto che non esistono cartografie «equidistanti» su tutto il piano della rappresentazione. Se si utilizza la rappresentazione di Gauss, se l'opera non è troppo estesa in longitudine e non presenta forti variazioni di quota, un sistema isometrico è realizzabile ponendo contemporaneamente:

- ① il fuso origine della rappresentazione su un meridiano posto in posizione baricentrica nella zona del tracciato e modulo di contrazione pari a 1 (invece di 0.9996). Detta condizione realizza un modulo di deformazione lineare medio $m_L \approx 1$;
- ② l'utilizzo di uno o più riferimenti altimetrici locali ciascuno dei quali con una superficie di riferimento (spesso è sufficiente una sfera locale) passante per una quota media del tracciato dell'opera. Ciò si realizza aumentando il valore del raggio della sfera. Detta condizione realizza un fattore di riduzione per la quota $m_Q \ll 1$.

Ad esempio, una deformazione di 10 ppm (1cm/1km), alla latitudine di 45° può avvenire a causa di uno spostamento dal meridiano centrale del fuso pari a circa ± 28 km nella componente Est (ovvero in una fascia di 56 km) o da una variazione di quota di circa ± 60 m, assorbita dall'aumento del raggio della superficie di riferimento della stessa entità. Ne risulta che un sistema così definito può essere considerato isometrico (a meno di deformazioni residue di 10^{-5}) per opere che si estendano con variazioni in longitudine comprese in una fascia di $\Delta Est = 56$ km e con dislivelli fino a $\Delta h = 120$ m,

senza limiti di estensione in latitudine.

Per estensioni eccedenti i limiti indicati, occorre utilizzare più sistemi di riferimento nei quali può essere variato sia il meridiano di origine che il riferimento altimetrico locale. Il passaggio fra questi diversi sistemi nelle zone di transizione, si realizza generalmente creando fasce di sovrapposizione tra zone nelle quali vengono calcolate le «coordinate doppie», ovvero note in entrambi i sistemi di tracciamento. Per ottimizzare la definizione dei sistemi isometrici e aumentarne se possibile la validità, si può anche considerare di minimizzare gli effetti congiunti di deformazione cartografica e riduzione per la quota. L'effetto combinato m è:

$$m = m_L + m_Q$$

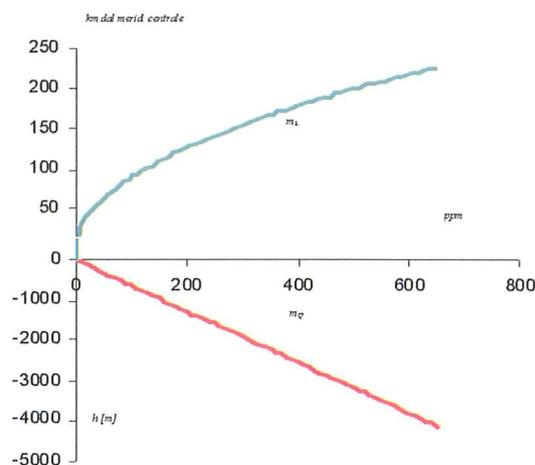


FIGURA 3 Andamento delle riduzioni e delle deformazioni

Si riporta in fig. 3 l'andamento di questi effetti di riduzione, in funzione dell'altezza dal riferimento altimetrico adottato e della distanza dal meridiano centrale del fuso. La definizione di sistemi isometrici è importante in quanto permette al progettista di definire il tracciato analitico sulla carta isometrica, certo del fatto che i suoi parametri progettuali verranno mantenuti tali in sede di tracciamento a meno di deformazioni trascurabili. L'uso dei sistemi isometrici comporta che il progettista, che ha sviluppato il progetto nel sistema cartografico nazionale, ritocchi lievemente il tracciato analitico per trasporlo nel riferimento isometrico che verrà utilizzato nel tracciamento sul terreno. La procedura passa attraverso la conversione delle coordinate dei vertici della poligonale d'asse dal sistema cartografico iniziale al sistema isometrico. In questo nuovo sistema il progettista può mantenere invariati i parametri di progetto (es. raggi di curvatura) ridefinendo il tracciato, con lievi modifiche che vanno generalmente a interessare solo l'inizio e la fine dei rettifili.

CONCLUSIONI

Appare evidente come la realizzazione di una infrastruttura possa essere condizionata dalla cartografia usata per la progettazione e dal suo corretto uso. Non sempre il sistema cartografico nazionale, spesso il primo supporto di progetto, risulta però essere quello più adatto nella fase della progettazione esecutiva in quanto le deformazioni e le riduzioni degli elementi lineari possono influire pesantemente sulle operazioni di tracciamento. I sistemi isometrici sembrano allora un possibile modo di raccordare il progetto con la pratica realizzazione dell'opera sul terreno. Si sottolinea allora l'importanza di uno stretto contatto tra il topografo e il progettista, per la comune definizione di questi sistemi di riferimento. Essi consentono al topografo di tracciare direttamente sul terreno gli elementi geometrici individuati dal progettista, senza apportare a questi, riduzioni che possono andare a modificare la meccanica della locomozione e creare incomprensioni tra le figure professionali. ■

fine prima parte

Alberto Cina
 Politecnico di Torino - DIGET
cina@polito.it

BIBLIOGRAFIA

- Betti, B. Manzino, A. (1996)
 Linea TAV Bologna Firenze. La
 progettazione della rete GPS.
 Rivista «Le strade», 6/96.
- Carosio, A. Reis, O. (1995)
 Méthodes géodésiques et modèles
 mathématiques pour l'implantation des
 nouvelles transversales alpines.
 Rivista «Mensuration Photogrammétrie
 Génie Rural» - Svizzera.
- Cina, A. Venuti, G. (1998)
 Inquadramento della Bologna-Firenze
 con il GPS.
 «Le strade», 10/98.
- Dequal, S. (1996)
 Linea TAV Bologna-Firenze.
 Dal progetto al terreno. «Le strade»,
 6/96.